

EJERCICIOS FUNCIONES: DOMINIOS, LÍMITES, CONTINUIDAD

1. Estudia la continuidad de las siguientes funciones. En caso de no ser continua en algún punto indicar el tipo de discontinuidad:

$$\text{a. } f(x) = \begin{cases} 2x-3 & x \leq -1 \\ x^2-6 & -1 < x \leq 0 \\ \sqrt{x}+3 & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{b. } f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+8x}{x^2+2x+1} & x \neq 4 \\ 5 & x = 4 \end{cases}$$

$$\text{c. } f(x) = \begin{cases} \frac{5x}{4-x} & x \leq -1 \\ 2^{-x}-3 & -1 < x \leq 0 \\ 3x^2+2 & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{d. } f(x) = x^2 - |1-x|$$

2. Halla, en cada caso, los valores de los parámetros pedidos para que las siguientes funciones sean continuas en \mathbb{R} :

$$\text{a. } f(x) = \begin{cases} -2x-m & x \leq 0 \\ x^2-1 & 0 < x \leq 2 \\ nx-5 & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{b. } f(x) = \begin{cases} x^2-(3-a)x+a & x \leq 2 \\ a^2+2x-4 & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{c. } f(x) = \begin{cases} ax^2+2x+3 & x \leq 0 \\ 3-5x & x = 0 \\ \frac{x+1}{ax-1}+4 & x > 0 \end{cases}$$

$$d. f(x) = \begin{cases} x^2 + b & x \leq -1 \\ x + a & -1 < x \leq 0 \\ e^{ax} & x > 0 \end{cases}$$

3. Halla el dominio de las siguientes funciones (en las de valor absoluto hay que desglosar en trozos previamente):

$$a. f(x) = \sqrt{x - \frac{4}{x}}$$

$$b. f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} - \frac{3x - 1}{x^2 - 1}$$

$$c. f(x) = \frac{\sqrt{x + 2}}{x - 1}$$

$$d. f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

$$e. f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 3x - 4}{2x - 1}\right)$$

$$f. f(x) = \frac{2x - |x|}{1 - |x|}$$

$$g. f(x) = \frac{2x + |1 - x|}{x + |1 + x|}$$

$$h. f(x) = \frac{x + 1}{3 - |2 - x|}$$

4. Calcula el límite de las siguientes funciones:

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}{x}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 4x^2}{x^4 - 4x^2}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 1}{x + 3}\right)^{x+2}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$$

$$e. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$$

$$f. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 - x} - \sqrt{2 + x}}{x^2 + x}$$

$$g. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{2 + 2x - x^2}{x^2 - 2x}\right)$$

$$h. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x^2}{x(\sqrt{4x^4 + 3} + x\sqrt{x^2 + x})}$$