PROBLEMAS SOBRE TRANSFORMACIONES

1. Dadas dos rectas concurrentes m y n, situar un triángulo equilátero de lado dado de modo que dos vértices A y B del triángulo estén sobre la recta m y el tercer vértice C esté en n.

2. Se debe construir una carretera que una el punto A con el B, saltando un río intermedio con un puente perpendicular a las orillas. Dibujar el trazado más corto de la carretera.

3. Dadas dos rectas cualesquiera a y b, dibujar un cuadrado que tenga uno de sus vértices en un punto dado P (que no pertenezca a ninguna de las dos rectas), y los dos contiguos en dos puntos A y B, estando A en la recta a, y B en la recta b.

4. Un árabe situado en un punto A tiene que ir a dar agua a su camello en la orilla de un río (recto) y luego dirigirse a su tienda, situada en un punto B en el mismo lado del río. Determinar el punto C donde debe abrevar el camello para que el camino entre A y B (pasando, como es natural, por C) sea el más corto posible.

5. Dadas dos rectas m y p que se cortan fuera de los límites del dibujo y un punto A, dibujar la recta n que pasa por el punto A y por el punto de intersección de las dos rectas dadas m y p.

6. Situar un segmento de longitud y dirección conocidas cuyos extremos A y B pertenezcan a dos circunferencias dadas (por ejemplo, A a la grande y B a la pequeña).

7. Dibujar un paralelogramo ABCD, conociendo la dirección y la longitud l = AB = DC de los lados opuestos AB y CD, y sabiendo que los otros lados AD y BC son cuerdas de dos circunferencias dadas.

8. Inscribir un cuadrado de lado dado en otro cuadrado dado mayor.

9. Dadas dos rectas concurrentes m y n y un punto A, dibujar un segmento XZ de modo que X esté en m y Z en n, y que A sea el punto medio del segmento XZ.

10. Dibujar un polígono regular de n lados, del que se conoce, ó bien el lado, ó bien la apotema, ó bien el perímetro.

11. Dibujar un triángulo ABC del que se conoce la longitud de su lado horizontal AB (3 cm), el ángulo interior correspondiente al vértice C (30º), la longitud del lado AC (4,50 cm), y la posición del circuncentro M del triángulo.

12. Un árabe está con su camello en A, y debe ir a su tienda situada en B utilizando el recorrido más corto. Pero antes debe dirigirse a la línea de comienzo de pastos r, y de allí, a beber agua al río de orilla m. Sólo entonces podrá ir a su tienda. Definir el camino más corto.

13. Dado un cuadrado de vértices ABCD, inscribir en él un triángulo equilátero de vértices AXZ de manera que los vértices A del cuadrado y del triángulo coincidan, y que X esté en el lado BC y Z en el lado CD.

14. Dibujar un cuadrado de vértices ABCD inscrito en un triángulo XYZ de manera que el lado BC del cuadrado esté sobre el lado YZ del triángulo, que el vértice A del cuadrado esté sobre el lado XY del triángulo, y que el vértice D del cuadrado esté sobre el lado XZ del triángulo.

15. Dadas dos rectas concurrentes m y n, dibujar un segmento MN de modo que M esté en m y N en n, conociendo la longitud y dirección de MN.

16. Dadas dos rectas concurrentes m y n, dibujar un paralelogramo ABMN conociendo la posición de dos de sus vértices consecutivos A y B, y sabiendo que el vértice M está sobre la recta m, y el vértice N sobre la recta n.

17. Situar un triángulo equilátero de vértices ABC de modo que A es un punto dado, y que B está sobre una recta b dada, y C sobre otra c dada concurrente con b.

18. Situar un triángulo equilátero de forma que sus tres vértices A, B y C pertenezcan a tres rectas paralelas (A a la recta a, B a la recta b; y C a la recta c).

19. Dibujar la trayectoria que debe seguir una bola de billar situada en A para chocar con otra situada en B después de rebotar en la banda PQ de una mesa de billar

20. Dadas dos rectas m y n paralelas y una tercera s que corta a las anteriores, dibujar un triángulo equilátero MNS del que conocemos la longitud l del lado, de manera que sus vértices estén situados en las rectas dadas (por ejemplo, M en m, N en n, y S en s).

21. Encontrar un punto Q que esté a una distancia conocida a de una circunferencia dada de radio R, y a una distancia b también conocida de una recta dada r.

22. Situar un triángulo equilátero de forma que sus tres vértices pertenezcan a tres circunferencias concéntricas.

23. Inscribir un rectángulo en un paralelogramo dado, cuyas diagonales formen un ángulo dado.

24. Dibujar por un punto P dado una secante s a dos rectas dadas a y b de manera que la razón de distancias desde P a los puntos de corte con las rectas (A con la recta a y B con la recta b) sea conocida, por ejemplo, 1 a 2, es decir, PA/PB=1/2.

25. Dados un punto A y dos rectas paralelas m y n, dibujar una secante s a m y a n que pase por A de modo que el segmento comprendido entre m y n tenga una longitud conocida L.

26. Inscribir un cuadrado en un paralelogramo dado

27. Dibujar una circunferencia de radio R conocido y que sea ortogonal a dos circunferencias dadas.

28. Dibujar la trayectoria que debe seguir una bola de billar situada en A para chocar con otra situada en B después de rebotar primero en la banda PQ y luego en la banda PT de una mesa de billar.

29. Dibujar la trayectoria que debe seguir una bola de billar situada en A para chocar con otra situada en B después de rebotar primero en la banda PQ, luego en la banda PT, y finalmente en la banda QR de una mesa de billar.

30. Dada una circunferencia de centro O y dos puntos A y B de ella, trazar una cuerda XZ que corte a los radios OA y OB en P y Q respectivamente, de manera que XP = PQ = QZ.

31. Dadas una circunferencia y una recta r, dibujar una recta s paralela a r y secante a la circunferencia dada, de manera que, si M y N son los cortes de s con la circunferencia, la cuerda MN tenga una longitud L determinada de antemano.

32. Dibujar un trapecio de lados de longitudes a, b, c y d conocidas, siendo paralelos los lados que miden b y d.

33. Dibujar una secante a una circunferencia dada que pase por un punto conocido A y que intercepte en la circunferencia una cuerda de longitud dada l.

34. Dada una circunferencia de centro O, hallar un punto Q que esté en una recta r conocida, y tal que al trazar una tangente t a la circunferencia dada desde Q, el segmento QT desde Q al punto de tangencia T, mida 4 centímetros.

35. Dibujar un triángulo ABC del que se conocen las longitudes de dos de sus lados a y b, y la diferencia de los ángulos A y B opuestos a los lados conocidos.

36. Dadas dos circunferencias C_1 y C_2, encontrar un punto Q tal que, al dibujar desde él una tangente t_1 y otra t_2 respectivamente a C_1 y C_2, y siendo T_1 y T_2 los puntos de tangencia, los segmentos QT_1 y QT_2 midan respectivamente 3 y 4 centímetros.

37. Dada una circunferencia y un punto P interior, dibujar una cuerda que pase por P y que quede dividida por dicho punto P en partes proporcionales a dos números (ó segmentos) dados m:n.

38. Dibujar una recta que pase por el punto A de corte de dos circunferencias dadas, y que intercepte cuerdas iguales en ambas circunferencias.

39. Dadas dos circunferencias C_1 y C_2 y una recta r, dibujar una recta s paralela a r y secante a las circunferencias dadas, tal que la suma de las longitudes de las cuerdas interceptadas sea igual a una cantidad L dada.

40. Dadas dos rectas paralelas p y q, dos puntos A y B exteriores a la banda definida por p y q y a distinto lado de la banda, y un vector MN que va de un punto de p a otro de q, definir un punto P en p y otro Q en q tales que, siendo el vector PQ igual al MN, resulte mínimo el camino AP + PQ + QB.

41. Se dan dos circunferencias y una recta r. Se trata de encontrar un punto X en la recta r de manera que las tangentes desde X a cada circunferencia formen igual ángulo con la recta r.

42. Dibujar las circunferencias que pasan por un punto P dado, y son tangentes a dos rectas dadas a y b.

43. Dadas dos rectas paralelas a y b, trazar por un punto Q que no esté en ninguna de ellas una secante s a ambas que corte a a en A y a b en B, tal que el segmento suma QA + QB tenga una longitud dada L.

44. Dadas dos rectas paralelas p y q, dos puntos A y B exteriores a la banda definida por p y q y a distinto lado de la banda, y un vector MN que va de un punto de p a otro de q, definir un punto P en p y otro Q en q tales que, siendo el vector PQ igual al MN, resulte el segmento AP de igual longitud que el QB.

45. Dados un polígono y un punto A en su interior, dibujar una recta r que pase por ese punto A, y que defina en el interior del polígono un segmento cuyo punto medio sea precisamente el punto A.

46. Dada una circunferencia y un punto A en su interior, dibujar una cuerda que pase por A de manera que A sea el punto medio de esa cuerda.

47. Dibujar una secante a la circunferencia dada que pase por A y que intercepte en la circunferencia una cuerda de longitud dada l.

48. Dada una recta CD y dos puntos A y B al mismo lado de esa recta, dibujar un punto P en la recta de manera que el ángulo CPA mida el doble que el ángulo DPB.

49. Dadas dos rectas a y b y una circunferencia, dibujar un cuadrado de manera que uno de sus lados esté situado sobre la recta a, y los otros dos vértices estén, uno en la recta b, y otro en la circunferencia dada.

50. Dadas dos rectas a y b y una circunferencia, dibujar un cuadrado de manera que dos vértices opuestos A y C estén situados sobre la recta a, y los otros dos vértices estén, uno en la recta b (el B), y otro (el D) en la circunferencia dada.

51. Dado un triángulo equilátero ABC, definir el centro O de giro de modo que el lado AB se transforme en CD, estando D situado en la prolongación del lado AC.

52. Dibujar un triángulo equilátero sabiendo que uno de sus vértices es el punto dado A, y los vértices restantes B y C están situados respectivamente en las circunferencias C_B y C_C dadas.

53. Dadas dos rectas paralelas p y q, dos puntos A y B exteriores a la banda definida por p y q y a distinto lado de la banda, y un vector MN que va de un punto de p a otro de q, definir un punto P en p y otro Q en q tales que, siendo el vector PQ igual al MN, resulte el segmento AP perpendicular al QB.

54. Dadas dos rectas paralelas a y b y un punto exterior Q, dibujar una recta r que pase por Q de modo que corte a a en A y a b en B, y AB mida una longitud dada L.

55. Construir un triángulo isósceles de perímetro 12 centímetros de manera que el lado desigual sea segmento áureo de cada uno de los otros dos.

56. Dibujar un triángulo ABC del que se conocen las longitudes de sus tres medianas AP, BN y CM.

57. Dadas dos circunferencias C1 y C2 y una recta r en la zona intermedia de las dos circunferencias, situar un segmento AB de dirección conocida (no necesariamente perpendicular a r) de manera que A esté en C1, B esté en C2, y de tal modo que el punto medio M de AB esté en la recta r.

58. Dadas dos circunferencias concéntricas, dibujar un triángulo equilátero ABC con un vértice A dado en una de las circunferencias, y con los otros dos vértices en la otra circunferencia.

59. Se debe construir una carretera que una las poblaciones A y B, saltando un río r intermedio (de anchura m) con un puente P de longitud l conocida (Se conocen las posiciones de A, B y el río). Dibujar el trazado de la carretera de manera que las distancias hasta el puente P de cada una de las dos poblaciones con el puente P sean iguales. La escala es tan grande que el río r se dibuja como una recta, y el puente P como un punto.

60. Dada la figura lineal compuesta por una semicircunferencia AB (de centro O y diámetro AB) y por su diámetro AB, inscribir un cuadrado en esa figura.

61. Dados dos triángulos ABC y PQR, inscribir en el ABC uno cuyos lados sean paralelos a los del PQR.

62. Construir un triángulo rectángulo de perímetro dado, con uno de sus catetos doble que el otro.

63. Dadas dos circunferencias C1 y C2 y una recta m, dibujar un segmento AB con A en C1 y B en C2 de manera que m sea mediatriz de AB.

64 Dadas tres rectas paralelas a, b y c, dibujar un cuadrado ABCD de modo que tres de sus vértices estén sobre cada recta a, b y c (el cuarto vértice, donde sea).

65. Se debe construir una carretera que una las poblaciones A y B, saltando un río intermedio con un puente P perpendicular al río de anchura m conocida. Dibujar el trazado de la carretera de manera que las distancias hasta el puente P de cada una de las dos poblaciones con el puente P sean iguales.

66. Dadas dos circunferencias C1 y C2 y un punto M entre ambas, situar un segmento AB de manera que A esté en C1, B esté en C2, y de tal modo que el punto medio de AB esté en el punto M.

67. Dadas dos circunferencias C1 y C2 y una recta r entre ambas, situar un segmento AB de manera que A esté en C1, B esté en C2, y de tal modo que el punto medio M de AB esté en la recta r.

68. Dadas dos rectas cualesquiera a y b, dibujar un triángulo rectángulo isósceles que tenga uno de sus vértices en un punto dado P (que no pertenezca a ninguna de las dos rectas), y los dos contiguos en dos puntos A y B, estando A en la recta a, y B en la recta b. Se deben contemplar dos casos distintos (aunque parecidos):
Caso 1º: El vértice del triángulo situado en P es el vértice correspondiente al ángulo recto del triángulo.
Caso 2º: El vértice del triángulo situado en P no es el vértice correspondiente al ángulo recto del triángulo.

69. Dadas tres rectas sobre las que están las bisectrices interiores de un triángulo, y un punto Q en uno de los lados del triángulo, dibujar el triángulo.

70. Dibujar una circunferencia de radio dado y que pase por un punto dado P, y que intercepte en una recta dada r una cuerda de longitud conocida L.