

1. Se considera la función $f(x,y) = x$. Determinar el punto en que toma valor máximo con las siguientes

$$\text{restricciones: } \begin{cases} x + y \geq 2 \\ -x + y \leq 2 \\ x < 3 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

2. Dadas las restricciones $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0, y \leq 4, x \leq 4 \\ x + y \leq 6 \end{cases}$, optimizar las funciones objetivo siguientes:

a) $z = x + 3y$

b) $z = x + y$

3. Una empresa de reparto dispone de furgonetas grandes y pequeñas, y recibe un pedido que consiste en transportar 9.750 kilos de una mercancía A, 15.000 kilos de una B, y 24.000 kilos de una C. Cada vehículo sólo puede hacer un viaje. Cada furgoneta tiene tres compartimentos: una furgoneta grande dispone de un compartimento para la mercancía A, con una cabida de 150 kilos, un compartimento para la B con capacidad igual a 250 kilos, y un tercer compartimento para el género C, con cabida de 300 kilos; y una furgoneta pequeña tiene un compartimento para la mercancía A con cabida igual a 75 kilos, un compartimento para B con cabida de 100 kilos, y uno para C con capacidad de 200 kilos. Además se sabe que debe haber como mucho doble número de furgonetas grandes que de pequeñas. Se trata de ver cuántas furgonetas de cada tipo se deben emplear para el encargo para que los gastos de la empresa sean los menores posibles en cada uno de los dos casos siguientes:
- a) el gasto que supone para la empresa por cada viaje de una furgoneta grande es de 20.000 ptas, y de una furgoneta pequeña, de 16.000 ptas.
- b) el gasto que supone para la empresa por cada viaje de una furgoneta grande es de 30.000 ptas, y de una furgoneta pequeña, de 20.000 ptas.
4. Pablo dispone de 12000 pesetas para gastar en libros y discos. En la tienda donde acude, el precio de los libros es de 400 pesetas, y el de los discos, 1200 pesetas. Suponiendo que desea comprar como mucho doble número de libros que de discos, se pide:
- a) Formular el problema y representarlo gráficamente.
- b) Contestar razonadamente si puede comprar 12 libros y 6 discos. En caso afirmativo, indicar si gasta todo su presupuesto.
- c) ¿Puede adquirir 15 libros y 5 discos? ¿Cuánto dinero le sobra? Razonar la respuesta.
5. En una granja de pollos se da una dieta "para engordar" con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentran dos clases de compuestos: el tipo X, con una composición de una unidad A y cinco de B, y el tipo Y, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de 1000 pesetas, y el del tipo B, de 3000 pesetas. Se pregunta: ¿qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo?

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

Solución

(0,15), (5/2,5/2), (15,0)

2,5 unidades de cada compuesto.

6. Una compañía fabrica y vende dos modelos de lámparas L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2, y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 100 horas al mes, y para la máquina, de 80 horas al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 150 y 100 ptas para L1 y L2 respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

Solución

(0,0), (0,200), (210,60), (300,0)

210 lámparas L1 y 60 lámparas L2.

7. Una empresa constructora dispone de dos tipos de camiones A y B, y quiere transportar 100 toneladas de material al lugar de una obra. Sabiendo que dispone de 6 camiones del tipo A con capacidad de 15

toneladas y con un coste de 4000 ptas por viaje, y de 10 camiones del tipo B con capacidad de 5 toneladas y coste de 3000 ptas por viaje, se pide:

- El número posible de camiones de cada tipo que puede utilizar (solución gráfica).
- El número de camiones de cada tipo que debe usar para que el coste sea mínimo. ¿Cuál es el valor de ese coste?

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

(10/3,10), (6,10), (6,2)

Solución

6 camiones tipo A y 2 tipo B.

- Un kiosco vende bolígrafos a 20 pesetas y cuadernos a 30 pesetas. Llevamos 120 pesetas y pretendemos comprar los mismos cuadernos que bolígrafos por lo menos. ¿Cuál será el número máximo de piezas que podemos comprar?

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

(0,4), (0,0), (12/5,12/5)

Solución

2 bolis y 2 cuadernos, ó 3 bolis y un cuaderno, ó cuatro cuadernos.

- Una compañía aérea tiene dos aviones A y B para cubrir un determinado trayecto. El avión A debe hacer más veces el trayecto que el B, pero no puede sobrepasar 120 viajes. Entre los dos aviones deben hacer más de 60 vuelos pero menos de 200. En cada vuelo, A consume 900 litros de combustible, y B, 700 litros. En cada viaje del avión A, la empresa gana 300000 pesetas, y 200000 por cada viaje de B. ¿Cuántos viajes debe hacer cada avión para obtener el máximo de ganancias? ¿Cuántos vuelos debe hacer cada avión para que el consumo de combustible sea mínimo?

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

(30,30), (100,100), (120,80),
(120,0), (60,0)

Solución

120 vuelos el A y 80 el B (apartado a)).
30 vuelos cada avión (apartado b)).

- La tabla siguiente muestra las unidades de nitrógeno (N) y de fósforo (P) que contiene cada kilo de los abonos A y B:

	N	P
A	1	3
B	3	1

Se desea obtener un abono que, como mínimo, contenga 9 unidades de N y 9 de P. El precio de A es de 1000 ptas/kilo, y el de B, 2000 ptas/kilo. Calcular las cantidades que deben comprarse de A y de B para satisfacer las necesidades minimizando el coste. Resolver el mismo problema suponiendo que el precio de B es de 3000 ptas/kilo.

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

(0,9), (9/4,9/4), (9,0)

Solución

9/4 kilos de cada tipo de abono (a)
cualquier punto entre los puntos
(9/4,9/4) y (9,0) es válido (b).

11. La casa X fabrica helados A y B hasta un máximo diario de 1000 kilos. La fabricación de un kilo de A cuesta 180 pesetas, y la de un kilo de B, 150. Calcular cuántos kilos de A y de B deben fabricarse sabiendo que la casa dispone de 270000 ptas/día y que un kilo de A deja un margen igual al 90% del que deja uno de B.

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

Solución

(0,0), (0,1000), (1000,0)

1000 kilos del tipo B.

12. En un taller se pueden fabricar dos tipos de carrocerías A y B. Cada coche del tipo A necesita 4 horas de pintura, y el del tipo B, 6 horas, disponiéndose de un máximo de 500 horas mensuales para la pintura de las carrocerías. Si los beneficios de cada coche son de 200000 y 350000 ptas para los tipos A y B, calcular el número de coches de cada tipo que deben producirse para obtener el máximo beneficio si tenemos que fabricar un mínimo de 80 y un máximo de 100 coches del tipo A. ¿Cuál es el beneficio máximo obtenido?

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

Solución

(80,30), (100,50/3), (80,0), (100,0)

80 del tipo A y 30 del tipo B.

13. Disponemos de 21 millones de pesetas para invertir en Bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones: las del tipo A, que rinden el 10%, y las del B, que rinden el 8%. Decidimos invertir un máximo de 13 millones de pesetas en las del tipo A, y un mínimo de 600000 pesetas en las del B. Además, queremos que la inversión en las del tipo A sea menor ó igual que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

Solución

(0,600000), (0,21000000),
(13000000,8000000),
(13000000,6500000),
(1200000,600000)

13 millones en bonos A y 8 millones en bonos B.

14. Una escuela prepara una excursión para 400 alumnos. Una empresa de transporte tiene 8 autocares de 40 plazas y 10 de 50 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autocar grande cuesta 8000 pesetas, y el de uno pequeño, 6000 pesetas. Calcular cuántos autobuses de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

Solución

(0,9), (0,8),(5,4)

5 autobuses pequeños y 4 grandes.

21. Se dispone de 600 gramos de un determinado fármaco para elaborar pastillas grandes y pequeñas. Las grandes pesan 40 gramos, y las pequeñas, 30. Se necesitan, al menos, tres pastillas grandes, y al menos el doble de pequeñas que de grandes. Cada pastilla grande proporciona un beneficio de 20 ptas, y cada pastilla pequeña, 10 ptas. ¿Cuántas pastillas de cada tipo se han de elaborar de cada clase para que el beneficio sea máximo?

SOLUCIÓN:

Nº Vértices

vector

Solución

(3,6), (3,16), (6,12)

(-1,2)

6 pastillas grandes y 12 pequeñas.